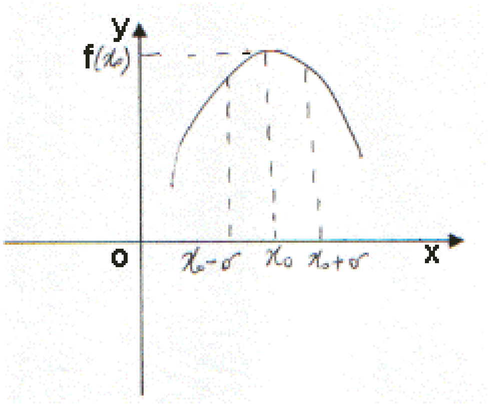
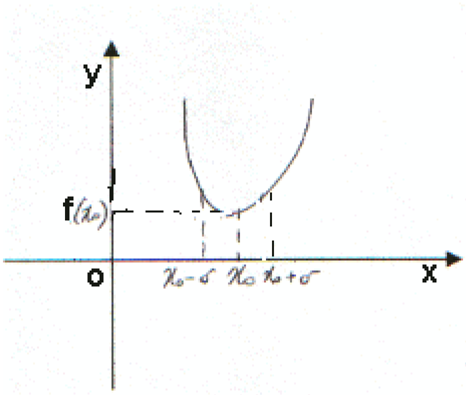
Massimi e minimi relativi e assoluti



Una funzione f(x) ha un **massimo relativo** in un punto x_0 del suo dominio se esiste un intorno di tale punto $\forall$ x del quale risulti: f(x) $\leq$ f(x_0) (1).
La figura rappresenta il grafico di una funzione che ha un massimo relativo nel punto x_0.
Si può notare che la funzione nell'intorno sinistro $]x_0 - \delta, x_0[$ di x_0 è crescente, nell'intorno destro $]x_0, x_0 + \delta[$ è decrescente.



In modo analogo una funzione f(x) ha un **minimo relativo** in un punto x_0 del suo dominio se esiste un intorno di tale punto $\forall$ x del quale risulti: f(x) $\geq$ f x_0) (2). La situazione è illustrata nella figura a fianco. La funzione nell' intorno sinistro $]x_0 - \delta, x_0[$ di x_0 è decrescente, nell'intorno destro $]x_0, x_0 + \delta[$ è crescente.
Se la condizione 1 si verifica $\forall$ x del dominio, si dice che la funzione f(x) ha un **massimo assoluto** nel punto x_0. Se invece $\forall$ x del dominio della funzione f(x) si verifica la condizione 2, essa in x_0 ha un **minimo assoluto.**
In altri termini una funzione f(x) ha il massimo assoluto nel punto del suo dominio in cui assume il valore maggiore, ha il minimo assoluto in quello in cui prende il valore minore. I massimi e i minimi di una funzione si chiamano **punti estremanti**
I massimi e i minimi relativi di una funzione si possono determinare utilizzando i teoremi della crescenza e della decrescenza.
Se in un intorno sinistro di x_0 risulta $f'(x) > 0$ (funzione crescente) e in un intorno destro $f'(x) < 0$ (funzione decrescente), allora la f(x) ha nel punto un massimo relativo.
Se invece in un intorno sinistro di x_0 risulta $f'(x) < 0$ (funzione decrescente) e in un intorno destro $f'(x) > 0$ (funzione crescente), allora la f(x) ha nel punto un minimo relativo.

Esempio

Vogliamo determinare i punti stremanti della funzione $f(x) = x^2 + 6x$;
calcoliamo la derivata prima

$f'(x) = 2x + 6$

$f'(x) > 0 \Rightarrow 2x + 6 > 0$ da cui x>-3 (funzione crescente);

$f'(x) > 0 \Rightarrow$ 2x+6<0 da cui x<-3 (funzione decrescente).

Per quanto detto sopra, la funzione ha nel punto x=-3 un minimo relativo.