Dette rispettivamente x, y e z le misure dei due cateti e dell'ipotenusa del triangolo rettangolo, se A è la sua area ed r è il raggio della circonferenza inscritta occorre che sia soddisfatto il seguente sistema:

$\begin{cases} x \cdot y = 2A \\ x^2 + y^2 = z^2 \\ r = \dfrac{2A}{x+y+z} \end{cases}$ che fornisce le seguenti soluzioni: $\begin{cases} x = \dfrac{2r+z-\sqrt{z^2-4rz-4r^2}+}{2} \\ y = \dfrac{2r+z+\sqrt{z^2-4rz-4r^2}}{2} \\ A = r(r+z) \end{cases} \cup \begin{cases} x = \dfrac{2r+z+\sqrt{z^2-4rz-4r^2}}{2} \\ y = \dfrac{2r+z-\sqrt{z^2-4rz-4r^2}+}{2} \\ A = r(r+z) \end{cases}$

da cui le limitazioni per il raggio della circonferenza inscritta al triangolo rettangolo di fissata ipotenusa: $0 < r < \dfrac{\sqrt{2}-1}{2} z$.

Che il luogo descritto dall'incentro sia un arco di circonferenza deriva dalle seguenti considerazioni: fissato in un qualsiasi triangolo un angolo che denotiamo con 2α, il lato ad esso opposto che indicheremo con a, un sistema di assi cartesiani con origine nel vertice B e semiasse positivo delle ascisse contenente a, posto $A\hat{B}C=2t$, il luogo geometrico descritto dall'incentro al variare del parametro $t \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}-\alpha\right[$, ha equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{a\cos(\alpha+t)\cos t}{\cos\alpha} \\ x(t) = \dfrac{a\cos(\alpha+t)\sin t}{\cos\alpha} \end{cases} \text{ con } t \in \left]0; \frac{\pi}{2}-\alpha\right[$$

da cui tenuto conto che $\begin{cases} \tan t = \dfrac{y}{x} \\ x+y = \dfrac{a\cos(\alpha+t)(\cos t+\sin t)}{\cos\alpha} \end{cases}$ con $t \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}-\alpha\right[$

Si ottiene:

l'arco di circonferenza delimitato dagli estremi $(0;0)$ e $(a;0)$ percorso nel verso antiorario della circonferenza di equazione:

$$x^2 + y^2 - ax + ay\tan\alpha = 0$$

Nel nostro caso $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ e il triangolo rettangolo di fissata ipotenusa e raggio inscritto deve avere l'incentro appartenente alla circonferenza di centro $\left(\dfrac{a}{2}; -\dfrac{a}{2}\right)$ e raggio $r = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Dopo tali considerazioni di carattere analitico la costruzione del triangolo rettangolo con gli strumenti di riga e compasso dovrebbe essere immediata. Si allegano le costruzioni del triangolo rettangolo e del luogo geometrico descritto dall'incentro.