Il dubbio sollevato dal collega circa l'integrazione, ha sollevato in me un ulteriore dubbio: l'errore dove si commette?

Credo, almeno spero, di aver compreso dove si annida.

Il volume, applicando i metodi dell'analisi, si calcola con l'integrale multiplo $\int_V dV$ esteso al dominio normale $V = \left\{ (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x \le 2,\ 0 \le y \le \sqrt{4 - x^2},\ 0 \le z \le \sqrt{4 - x^2} \right\}$. Utilizzando la relazione geometrica che si deduce $x = 2\cos t$ è come se si effettuasse il cambiamento di variabili nell'integrale multiplo: $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = u \\ z = v \end{cases}$

che trasforma il dominio normale $T = \left\{ (t; u; v) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le t \le \dfrac{\pi}{3},\ 0 \le u \le 2\sin t,\ 0 \le v \le 2\sin t \right\}$ nel dominio normale V, per cui il calcolo del volume richiesto coinvolgerà il cambiamento di variabili con determinante jacobiano uguale a $-2\sin t$ e l'integrale $\int_V dv$ si trasforma in $\int_T 2\sin t\, d\tau$.

Da questo si deduce che se non si effettuano sezioni in modo tale da rendere il dominio normale e poter ridurre gli integrali, l'utilizzo arbitrario di variabili comporta cambiamenti con relativa trasformazione degli insiemi.

Saluti Mario