Liceo Scientifico Statale "J. M. Keynes"

PROGRAMMA SVOLTO

Anno Scolastico 2016/2017

DOCENTE	Maria Grazia Gozza
DISCIPLINA	Matematica
CLASSE	3^ G liceo scientifico

Algebra	Ripasso: equazioni e disequazioni di secondo grado. Disequazioni irrazionali, fratte e con valore assoluto. Sistemi di disequazioni.
Funzioni reali di variabile reale	Classificazione; dominio e codominio; funzioni iniettive, suriettive e biettive; grafico di funzioni attraverso trasformazioni elementari del piano in sé (traslazioni e deformazioni); funzioni pari e dispari; crescenti; decrescenti e monotone.
Geometria analitica	Ripasso ed approfondimento: sistemi di coordinate sulla retta e nel piano; curve algebriche. La retta: proprietà e applicazioni. La circonferenza, la parabola e l'ellisse: proprietà e applicazioni. Luoghi geometrici riconducibili ai casi precedenti. Risoluzione di disequazioni in una e due incognite con il metodo grafico. Grafici di funzioni particolari riconducibili ai casi precedenti.
Goniometria	Definizione delle funzioni circolari, loro grafici e proprietà. Archi associati e complementari. Angoli notevoli. Formule di trasformazione. Principali formule goniometriche (fino alle parametriche escluse). Identità ed equazioni goniometriche elementari, con l'uso delle formule.
Trigonometria	Teoremi sui triangoli rettangoli. Applicazioni, ai triangoli, senza l'uso delle equazioni

Castel Maggiore, 8 giugno 2017

L'insegnante
Maria Grazia Gozza

Gli alunni

LICEO SCIENTIFICO STATALE
"J. M. KEYNES"

Lavoro estivo

DISCIPLINA Matematica
CLASSE 3^ Sezione G LICEO SCIENTIFICO

PER TUTTI:

Esercitarsi con un numero adeguato di esercizi!!!

Dal Libro di testo vol. 3
TEMA A: Competenze per l'esame, Simulazioni d'esame e Verso l'Università (no successioni / progressioni)
TEMA B: Competenze per l'esame, Simulazioni d'esame e Verso l'Università (no es. dal 32 al 44)
TEMA C: esercizi di riepilogo con parabole, circonferenze ed ellissi in fondo alle singole unità.

Dal Libro di testo Trigonometria
Esercizi a scelta sui triangoli rettangoli: da pag. 172 a 183.

Dal testo di riferimento *A*:
- Esercizi sulle disequazioni e sulle funzioni;
- Espansioni su Internet.

Dal testo di riferimento *B*:
- Esercizi di geometria analitica: capitoli 1, 2, 3, 4 e 5, con relative espansioni su Internet (ok anche i fasci, naturalmente solo rette)

Dalle fotocopie
- Esercizi di goniometria;
- Esercizi sulle equazioni goniometriche.

Gli esercizi sono tanti: fate una scelta!

I testi di riferimento sono:
A. P. Negrini – M. Ragagni "Mast in progress" Vol. 1 ed. CLIO
B. P. Negrini – M. Ragagni "Mast in progress" Vol. 2 ed. CLIO

È ovvio che chi non si sentisse preparato su alcune parti del programma ***deve*** svolgere altri esercizi a sua discrezione, tratti anche dal libro di testo. Non tutti gli argomenti contenuti nel testo di riferimento *B* sono stati svolti: il resto del materiale sarà oggetto di lavoro estivo nel prossimo anno scolastico.
Si può approfittare anche di tutto il materiale fornito durante l'anno scolastico come esercitazioni o lavoro aggiuntivo.

Per chi, alle scuole medie, non ha trattato la geometria solida o non la ricorda sarà bene ripassare un po' !

All'inizio di settembre metterò nel registro elettronico alcuni esercizi e/o una simulazione per aiutarvi nel ripasso!

All'inizio del prossimo anno scolastico, dopo un ***breve*** periodo di ripasso (circa ***due*** settimane), si effettuerà una verifica sul lavoro estivo ***per tutti***. Tale voto costituirà la prima valutazione del primo quadrimestre del nuovo anno scolastico e non potrà essere sostituita da un voto successivo.

PER CHI AVRÀ LA SOSPENSIONE DEL GIUDIZIO O LA FRAGILITÀ:
Oltre al materiale precedentemente indicato, si dovranno svolgere **altri** esercizi a piacimento dalle fotocopie qui allegate, dal materiale fornito durante l'anno e dai testi di riferimento.

Buon lavoro e ... buone vacanze!

L'INSEGNANTE
Maria Grazia Gozza

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

1 44. $(\cos 60° - \text{sen}\, 45°)(\text{sen}\, 60° - \cos 45°) + \text{sen}\, 30°(\cos 45°\, \text{tg}\, 45° - \cos 60°\, \text{tg}\, 60° - 1)$ $\left[-\frac{\sqrt{6}}{4}\right]$

1 45. $\left(\text{tg}\,\frac{\pi}{3} - \text{sen}\,\frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(\text{sen}\,\frac{\pi}{3} - 2\cos\frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(\text{tg}\,\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3}\right)^2$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

2 46. $\dfrac{\sec\frac{\pi}{3}\,\text{tg}\,\frac{\pi}{3} - 3\sec\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4} + \text{sen}\,\frac{\pi}{3}} + \dfrac{\text{tg}^3\,\frac{\pi}{3} + \text{cosec}^3\,\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6} - \text{sen}\,\frac{\pi}{4}} - 2\left(\text{tg}\,\frac{\pi}{4} + 4\right)^2$ $[0]$

3 47. $\left(\dfrac{2\cos^2 18° + \text{sen}\, 18° - \text{sen}\, 30°}{\text{sen}\, 18°} - 1\right)(2\,\text{sen}\, 18° - \cos 60°)$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

3 48. $\left(\dfrac{a\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3} - b\cos\frac{\pi}{3} - a\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6} + b\cos\frac{\pi}{6}}{a\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4} + b\cos\frac{\pi}{4}}\right)^2 - \text{sen}\,\frac{\pi}{6}\cdot\dfrac{\text{tg}\,\frac{\pi}{3} - \text{tg}\,\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3}}$ $[0]$

Semplifica le seguenti espressioni.

1 49. $\dfrac{[\text{sen}(180° - \alpha)\text{cotg}(180° - \alpha) + \cos(180° + \alpha)]\text{tg}(180° + \alpha)}{\text{tg}(-\alpha)\text{sen}(180° + \alpha)\cos(180° - \alpha) - \text{cotg}(360° - \alpha)\text{sen}(-\alpha)\cos(-\alpha)}$ $[2\,\text{sen}\,\alpha]$

1 50. $\dfrac{\text{tg}(\pi + \alpha)\text{tg}(\pi - \alpha) - \text{tg}(-\alpha)\text{tg}(2\pi - \alpha)}{\text{sen}(\pi - \alpha)\cos(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)\text{sen}(\pi + \alpha)} - \dfrac{1}{\text{sen}(-\alpha)\cos(-\alpha)}$ $\left[\frac{1}{\text{sen}\,\alpha\cos^2\alpha}\right]$

2 51. $\dfrac{2\,\text{tg}(-\alpha)\text{tg}(2\pi - \alpha)}{\text{sen}(\pi + \alpha)\text{sen}(\pi - \alpha) - \cos(\pi + \alpha)\cos(\pi - \alpha)} + \dfrac{\text{tg}(\pi - \alpha) - \text{tg}(\pi + \alpha)}{\text{sen}(2\pi - \alpha)\cos(2\pi - \alpha)}$ $[2]$

2 52. $\dfrac{\text{tg}(900° + \alpha) - \text{tg}(\alpha - 180°)\cos(180° + \alpha) + \text{tg}(180° - \alpha)}{\text{tg}\, 225° + 3\cos 180° - 2\cos(180° - \alpha)}\cdot\dfrac{\text{sen}(180° - \alpha)}{\cos(-\alpha) - \text{tg}\, 135°}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

1 53. $\text{cotg}(270° + \alpha)\left[\dfrac{\text{sen}(90° + \alpha) - \text{tg}(90° + \alpha)}{\cos(90° + \alpha)} + \text{tg}(270° - \alpha)\right]$ $\left[\frac{1}{\text{sen}\,\alpha}\right]$

1 54. $\dfrac{\left[\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right]^2 - 2\,\text{sen}\left(\frac{7}{2}\pi + \alpha\right)\text{tg}(-\alpha)\cos(\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)} + \dfrac{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\text{sen}\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)}{\text{tg}\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)\text{tg}\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)}$ $\left[\frac{\cos^2\alpha}{\text{sen}\,\alpha}\right]$

2 55. $\dfrac{4mn}{\text{sen}(270° - \alpha)} + \dfrac{\cos(810° + \alpha)}{\sec(\alpha - 90°)} - \dfrac{(m - n)^2}{\text{sen}(1530° + \alpha)} - \dfrac{\text{sen}(270° + \alpha)}{\text{cosec}(270° - \alpha)} - \dfrac{(m + n)^2}{\text{sen}(990° + \alpha)}$ $[-1]$

Rec

3 56. $1 - \dfrac{\left[2\,\text{sen}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right]^2 - 4\,\text{sen}(\pi - \alpha)\left[\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \text{sen}\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)\right]}{\cos(-\alpha) + 1}$ $[-3\cos\alpha]$

Determina i seguenti valori.

1 57. $\text{sen}\, 315°$; $\text{sen}\left(\frac{5}{6}\pi\right)$; $\cos 240°$; $\cos\frac{\pi}{4}$; $\text{tg}\, 120°$; $\text{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2 58. $\text{sen}\, 108°$; $\text{sen}\left(\frac{2}{5}\pi\right)$; $\cos 72°$; $\cos\left(\frac{3}{5}\pi\right)$; $\text{tg}\, 288°$; $\text{tg}\left(\frac{7}{5}\pi\right)$

① 60. Completa la seguente tabella.

$\alpha°$	α^r	**Quadrante**	**sen** α	**cos** α	**tg** α	**cosec** α	**sec** α	**cotg** α
				$\frac{\sqrt{2}}{2}$	> 0			
			$\frac{1}{2}$	< 0				
				< 0	1			
							$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	> 0

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

① 61. $\dfrac{\operatorname{sen} 510° \operatorname{sen} 660° + \cos 210° \operatorname{sen} 150°}{\operatorname{sen} 840° \cos 240° + \operatorname{sen} 120° \operatorname{sen} 330°} - \dfrac{\sqrt{3}\operatorname{tg} 585° \cos 210°}{\operatorname{sen}(-60°) + \operatorname{sen} 330° - \cos 150°}$ $[-2]$

① 62. $\dfrac{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{19}{6}\pi\right)\operatorname{cotg}\left(\frac{10}{3}\pi\right) + \cos\left(-\frac{10}{3}\pi\right)}{\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi\right)} + \frac{1}{3}\operatorname{tg}\left(\frac{7}{4}\pi\right)\operatorname{sen}\left(\frac{5}{3}\pi\right)$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

② 63. $\dfrac{\operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi\right) + \cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{3}{4}\pi\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{3}{2}\pi\right) - 2\operatorname{sen}\left(\frac{5}{3}\pi\right) - \operatorname{cotg}\left(\frac{5}{4}\pi\right)} + \dfrac{\sqrt{3}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{7}{6}\pi\right) - \cos\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right]}{2\left[\operatorname{tg}\left(\frac{11}{4}\pi\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right]}$ $[-2]$

③ 64. $\left[\dfrac{\operatorname{tg} 240° + \operatorname{tg} 150°}{\operatorname{tg} 780° - \operatorname{tg} 330°} + \dfrac{\operatorname{tg} 210° + \operatorname{cotg} 120° - 5\operatorname{sen} 225°}{\operatorname{sen} 135° - \cos 315° - \sqrt{2}\operatorname{cotg} 135°} + \operatorname{tg} 135°\right]\dfrac{\cos(-45°)}{2\sqrt{5}\cos^2 18°} + \frac{8}{5}\operatorname{sen} 225° \operatorname{sen} 162°$ $[0]$

Disegna il grafico delle seguenti funzioni.

① 65. *a)* $y = \operatorname{sen}\left(x + \frac{2}{3}\pi\right)$; *b)* $y = \cos|x|$; *c)* $y = -\operatorname{cotg} x$; *d)* $y = \cos x + 3$

① 66. *a)* $y = \cos(2x)$; *b)* $y = \frac{1}{3}\operatorname{sen} x$; *c)* $y = \operatorname{sen}\frac{x}{3}$; *d)* $y = |\operatorname{tg} x|$

② 67. *a)* $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$; *b)* $y = 2\operatorname{sen}(-x)$; *c)* $y = -\operatorname{sen}(2x)$; *d)* $y = 2 + \cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right)$

③ 68. *a)* $y = 2\left[\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1\right]$; *b)* $y = |\operatorname{tg}(-2x)|$; *c)* $y = \operatorname{tg}(-2|x|)$; *d)* $y = 3\cos|x| - 1$

③ 69. *Maturità tradizionale* 2005
Si dimostri che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio e si utilizzi il risultato per calcolare sen 18° e sen 36°.

② 70. *Maturità tradizionale* 2005
Si calcoli, senza l'aiuto della calcolatrice, il valore di

$$\operatorname{sen}^2 35° + \operatorname{sen}^2 55°$$

ove le misure degli angoli sono in gradi sessagesimali. $[1]$

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando le formule di addizione e sottrazione.

(1) **65.** $2\,\mathrm{sen}(150° - \alpha) + 2\cos(30° - \alpha) - (2 + \sqrt{3})(\mathrm{sen}\,\alpha + \cos\alpha)$

Se $\mathrm{tg}\,\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ e $270° < \alpha < 360°$, qual è il valore dell'espressione? $\left[-\mathrm{sen}\,\alpha - \cos\alpha;\ \dfrac{\sqrt{5}-2}{3}\right]$

(2) **66.** $2\cos^2\alpha + 2\cos^2\left(\dfrac{2}{3}\pi + \alpha\right) + 2\,\mathrm{sen}^2\left(\dfrac{\pi}{6} - \alpha\right) - 5$ $[-2]$

(1) **67.** Calcola il valore del seno, del coseno e della tangente di 2α sapendo che

a) $\cos\alpha = -\dfrac{3}{5}$ e $90° < \alpha < 180°$ *b)* $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$ e $\pi < \alpha < \dfrac{3}{2}\pi$

$\left[a)\ \mathrm{sen}(2\alpha) = -\dfrac{24}{25};\ \cos(2\alpha) = -\dfrac{7}{25};\ \mathrm{tg}(2\alpha) = \dfrac{24}{7};\ b)\ \mathrm{sen}(2\alpha) = \dfrac{3}{8}\sqrt{7};\ \cos(2\alpha) = \dfrac{1}{8};\ \mathrm{tg}(2\alpha) = 3\sqrt{7}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando le formule di duplicazione.

(1) **68.** $2\,\mathrm{sen}(2\alpha) - [1 + \cos(2\alpha)](1 + \mathrm{tg}\,\alpha)^2$ $[-2]$

(2) **69.** $\mathrm{tg}^2(45° - \alpha)[\mathrm{sen}(2\alpha) + 1] + \mathrm{tg}(2\alpha)(1 - 2\,\mathrm{sen}^2\alpha)$ $[1]$

(3) **70.** $\dfrac{1 + \mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}(2\alpha)}{\mathrm{sen}\,\alpha}\left(\dfrac{\mathrm{sen}(2\alpha)\cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha\cos(2\alpha)}{\mathrm{tg}^2\alpha + 1} + \mathrm{sen}^3\alpha\right)\cos(2\alpha)$ $[1]$

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando le formule parametriche.

(1) **71.** $\dfrac{(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{sen}\,\alpha)\cos\alpha - 2\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\mathrm{sen}^2\alpha} + \dfrac{1 - \cos\alpha}{\mathrm{sen}\,\alpha}$ $[0]$

(2) **72.** $\left(\dfrac{\cos\alpha + 1}{\mathrm{sen}\,\alpha} + \dfrac{\mathrm{sen}\,\alpha - 1}{\cos\alpha}\right)(\cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha - 1)$ $[-2]$

(3) **73.** $\dfrac{(\mathrm{sen}\,\alpha - \cos\alpha + 1)^2 - 2(\mathrm{sen}\,\alpha - 1)(\cos\alpha - 1)}{\mathrm{tg}\,\alpha} + \dfrac{4}{\mathrm{tg}^2\alpha + 1}$ $[4\cos\alpha]$

Semplifica le seguenti espressioni.

(1) **74.** $(1 + \cos\alpha)\left(2\,\mathrm{sen}^2\dfrac{\alpha}{2} + \mathrm{sen}\,\alpha\right) - 2\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$ $[\mathrm{sen}^2\,\alpha]$

(2) **75.** $\left(1 + \mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}\right)^2\cos^2\dfrac{\alpha}{2} - \mathrm{sen}\,\alpha$ $[1]$

(3) **76.** $\left\{\dfrac{\cos(2\alpha)}{4\cos^2\alpha}\left[\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} + \alpha\right) - \mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)\right] + 1\right\}^2 - \dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{sen}(2\alpha)}$ $[2\,\mathrm{tg}\,\alpha]$

(1) **77.** $\mathrm{sen}\,64° - \mathrm{sen}\,4° - \cos 34°;\quad \cos 165° - \cos 105°$ $\left[0;\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

(2) **78.** $\mathrm{sen}\,57° + \mathrm{sen}\,177° - \mathrm{sen}\,63°$ $[0]$

(3) **79.** $\cos\dfrac{\pi}{7} + \cos\dfrac{2}{7}\pi + \cos\dfrac{3}{7}\pi + \cos\dfrac{4}{7}\pi + \cos\dfrac{5}{7}\pi + \cos\dfrac{6}{7}\pi$ $[0]$

(1) **80.** $\dfrac{\cos(4\alpha) + \cos(8\alpha)}{2\cos(6\alpha)} + 2\,\mathrm{sen}^2\alpha$ $[1]$

(2) **81.** $\dfrac{2\,\mathrm{sen}\,\alpha - 2\,\mathrm{sen}(3\alpha) + \mathrm{sen}(4\alpha)}{4\,\mathrm{sen}^2\dfrac{\alpha}{2}} + \cos\alpha\,\mathrm{sen}(2\alpha)$ $[2\,\mathrm{sen}^3\alpha]$

③ **82.** $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha - 2\operatorname{sen}(3\alpha) + \operatorname{sen}(5\alpha)}{\operatorname{sen}(4\alpha)\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha\cos(4\alpha)} - 2\cos(2\alpha)$

① **83.** $2\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\left(\dfrac{3}{2}\alpha\right) - 4\cos^2\dfrac{\alpha}{2}(\cos\alpha - 1)$

② **84.** $\dfrac{\operatorname{sen}(2\alpha)\cos(2\alpha) - \operatorname{sen}\alpha\cos(3\alpha)}{2\cos^2\dfrac{\alpha}{2} - 1}$

Verifica le seguenti identità.

① **85.** $(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 - 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = \dfrac{4}{3}\operatorname{sen}^2 60°$

① **86.** $\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{cotg}^2\alpha - 1) = (1 - \operatorname{tg}^2\alpha)(\operatorname{cotg}^2\alpha + 1)\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

② **87.** $\dfrac{(\operatorname{sen}^2\alpha - \cos^2\alpha)(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha)}{\cos\alpha} = (\operatorname{tg}\alpha - 1)(\sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha)$

③ **88.** $\dfrac{(1 + \operatorname{sen}\alpha)^2(1 - \operatorname{sen}\alpha)}{\cos^2\alpha} + \operatorname{cotg}^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha + \operatorname{sen}\alpha$

② **89.** $2[\operatorname{sen}(60° - \alpha) - \cos(60° + \alpha)] = (\operatorname{tg}60° - \operatorname{tg}45°)(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)$

Det

② **90.** $4\operatorname{sen}(45° + \alpha)\cos(135° - \alpha) = 1 - 4\cos(30° - \alpha)\cos(30° + \alpha)$

③ **91.** $2\sqrt{2}\left[\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)\right] = (\sqrt{3} - 1)\sec\left(\dfrac{\pi}{4} - \alpha\right)\operatorname{cosec}\left(\dfrac{\pi}{6} + \alpha\right)$

① **92.** $\operatorname{tg}(2\alpha) - \operatorname{sen}(2\alpha) = 2\operatorname{tg}(2\alpha)\operatorname{sen}^2\alpha$

② **93.** $\dfrac{\cos^2\alpha - \cos(2\alpha)}{\operatorname{tg}\alpha} + \dfrac{1}{2}\operatorname{sen}(2\alpha) = (\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 - 1$

③ **94.** $\cos(2\alpha)(1 - \operatorname{tg}\alpha) = [1 - \operatorname{sen}(2\alpha)](1 + \operatorname{tg}\alpha)$

① **95.** $(1 - \cos\alpha)^2 = \dfrac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha + 1} - 2\cos\alpha + 1$

② **96.** $(1 + \operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha)^2 + (1 + \cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)^2 = 2[2 - \operatorname{sen}(2\alpha)]$

① **97.** $\operatorname{sen}^2\dfrac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{1}{2}\cos\alpha - \dfrac{3}{2} = -\dfrac{1}{\cos^2\dfrac{\alpha}{2}}$

Cue

② **98.** $\left(2\operatorname{sen}^2\dfrac{\alpha}{2} + \operatorname{sen}\alpha\right)\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = \operatorname{sen}\alpha\left(\cos^2\dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{1}{2}\operatorname{sen}\alpha\right)$

② **99.** $\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}[2\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}(2\alpha)] = 4\operatorname{sen}^2\dfrac{\alpha}{2}\operatorname{sen}\alpha$

① **100.** $(2\cos^2\alpha - 1)[\operatorname{sen}(4\alpha) - \operatorname{sen}(2\alpha)] = \operatorname{sen}\alpha[\cos\alpha + \cos(5\alpha)]$

② **101.** $(\operatorname{tg}\alpha - 1)(\operatorname{cotg}\alpha + 1)(\cos(3\alpha) - \cos\alpha) = 2[\operatorname{sen}(3\alpha) - \operatorname{sen}\alpha]$

① **102.** $\cos(2\alpha)\cos(3\alpha) - \cos\alpha\cos(4\alpha) = \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}(2\alpha)$

③ **103.** $(\cos\alpha - \cos\beta)\cos\dfrac{\alpha + \beta}{2} + \operatorname{sen}(\alpha + \beta)\operatorname{sen}\dfrac{\alpha - \beta}{2} = 0$

② **104.** *Maturità* 2003 - *Sessione suppletiva*
Dare una giustificazione delle formule

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad \cos 2\alpha = 1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha$$

e utilizzarle per provare che $\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$

165 $\cot^2 x - \operatorname{cosec} x = 1$ $\left[x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \vee x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right]$

166 $3\operatorname{sen} 2x \cdot \operatorname{tg} x - 2\cos^2 x = 2$ $\left[x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

167 $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\operatorname{tg} x = 0$ $\left[x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

168 $2\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}(1 - \cos x)$ $\left[x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

169 $\cos x + \cos\frac{x}{2} + 1 = 0$ $\left[x = \pi + 2k\pi \vee x = \frac{4}{3}\pi + 4k\pi \vee x = \frac{8}{3}\pi + 4k\pi\right]$

170 $\sqrt{2}\cos^2 x + \cos x = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = \pm\frac{3}{4}\pi + 2k\pi\right]$

171 $(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})\,(\cos x + 1) = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{3} + k\pi \vee x = \pi + 2k\pi\right]$

172 $\sqrt{2 + \operatorname{sen}^2 x} = \frac{3}{2}$ $\left[x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

173 $\cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{7} + \frac{2}{7}k\pi\right]$

174 $\cot^2 x + 1 = 2\operatorname{tg}^2 x$ $\left[x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

175 $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{5}{6}\pi\right) = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

176 $\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0$ $\left[x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

177 $2\operatorname{tg} x + \cot x - 3 = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} + k\pi\right]$

178 $\cos 4x - \cos 2x = \operatorname{sen} 3x$ $\left[x = k\frac{\pi}{3} \vee x = \frac{7}{6}\pi + k\pi \vee x = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi\right]$

179 $\operatorname{sen} 4x \cos 5x = \operatorname{sen} 6x \cos 3x$ $\left[x = k\frac{\pi}{2}\right]$

180 $2\cos^4 x - \cos^2 x = 0$ $\left[x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

181 $2\operatorname{sen}^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ $\left[x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi\right]$

182 $(\operatorname{tg} x + \cot x) \cdot (2\operatorname{sen} x \cos x) = 4\operatorname{sen} x$ $\left[x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

183 $\operatorname{sen} 2x \cdot \cot x + \cos x - 1 = 0$ $\left[x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

184 $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-(1+\operatorname{tg} x)=0$ $\left[x=k\pi \vee x=\frac{3}{4}\pi+k\pi\right]$

185 $\operatorname{sen} 3x+\operatorname{sen} 7x=2\operatorname{sen} 5x$ $\left[x=k\frac{\pi}{5}\right]$

186 $\operatorname{sen}^2 2x-2-2\cos 2x=0$ $\left[x=\frac{\pi}{2}+k\pi\right]$

187 $\cos 4x\cos 6x-\cos 3x\cos 5x=0$ $\left[x=k\frac{\pi}{9}\right]$

188 $3\operatorname{sen} x\cdot\operatorname{cotg}^2 x+5\operatorname{sen} x=7$ $\left[x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \vee x=\frac{5}{6}\pi+2k\pi\right]$

189 $\operatorname{tg}^2 4x-\operatorname{tg} 4x=0$ $\left[x=k\pi \vee x=\frac{\pi}{4}+k\pi\right]$

190 $\cos 2x-(\operatorname{sen} x-1)^2+\operatorname{sen} x=0$ $\left[x=k\pi \vee x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$

191 $\operatorname{cotg}^2 x-\sqrt{3}\operatorname{cotg} x=0$ $\left[x=\frac{\pi}{2}+k\pi \vee x=\frac{\pi}{6}+k\pi\right]$

192 $4\cos^2 x-4\sqrt{3}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+3=0$ $\left[x=\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi\right]$

193 $2\cos x-\sqrt{2}-\cos^2 x+\operatorname{sen}^2 x=0$ $\left[x=\pm\frac{\pi}{4}+2k\pi \vee x=\arccos\frac{2-\sqrt{2}}{2}+2k\pi\right]$

194 $(1-\operatorname{tg} x)\cdot\operatorname{tg} 2x-\operatorname{tg} x=0$ $[x=k\pi]$

195 $\cos^2 x-\operatorname{sen}(-x)=\operatorname{sen}^2 x+1$ $\left[x=k\pi \vee x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \vee x=\frac{5}{6}\pi+2k\pi\right]$

196 $\operatorname{tg}^2 x-(1+\sqrt{3})\operatorname{tg} x+\sqrt{3}=0$ $\left[x=\frac{\pi}{4}+k\pi \vee x=\frac{\pi}{3}+k\pi\right]$

197 $2\cos^2 x-3\cos x+1=2\operatorname{sen}^2 x$ $\left[x=2k\pi \vee x=\arccos\left(-\frac{1}{4}\right)+2k\pi\right]$

198 $\sqrt{2}\operatorname{sen} 2x+2\cos x-\sqrt{2}\operatorname{sen} x-1=0$ $\left[x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi \vee x=\frac{5}{4}\pi+2k\pi;\ x=\frac{7}{4}\pi+2k\pi\right]$

199 $4\operatorname{sen} x\cdot\cos\left(x-\frac{11}{6}\pi\right)=\sqrt{3}\cdot\operatorname{sen} 2x-1$ $\left[x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\right]$

200 $2\cos x\cdot\operatorname{sen}\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)=\operatorname{sen} x(-\cos x-\sqrt{3}\operatorname{sen} x)+\operatorname{tg} x$ $\left[x=\frac{\pi}{3}+k\pi\right]$

201 $2\operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\operatorname{sen}^2 x+1$ $\left[x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$